



Politechnika Warszawska
Instytut Techniki Ciepłej
Zakład Termodynamiki



Zastosowanie metod odwrotnych w badaniach właściwości cieplnych

dr inż. Karol Pietrak
ITC PW pok. 205
karol.pietrak@itc.pw.edu.pl

Seminarium Instytutu Techniki Ciepłej, 21.11.2017

Treść prezentacji

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

1. Metody odwrotne – wprowadzenie
2. Niekorzystne cechy problemów odwrotnych
3. Schemat ogólny metod rozwiązania zagadnienia odwrotnego
4. Główne typy algorytmów odwrotnych
5. Zasada działania metod gradientowych

CZĘŚĆ PRAKTYCZNA

1. Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

1. Metody odwrotne - wprowadzenie

Schemat ogólny zadania prostego:

Przyczyny -> Model -> Skutki

Przykłady zadań prostych:

1. Znając postać wymuszenia cieplnego $q(x,y,z,t)$ oraz dysponując pełnym modelem matematycznym układu, znaleźć pole temperatur $T(x,y,z,t)$ w układzie spowodowane tym wymuszeniem
2. Dysponując rozkładem gęstości materii $\rho(B, L, H)$ wewnątrz Ziemi, wyznaczyć rozkład wartości przyspieszenia ziemskiego $a(B, L, H)$ na jej powierzchni, gdzie B, L, H – współrzędne geodezyjne

1. Metody odwrotne - wprowadzenie

Zadanie proste wymiany ciepła

Przyczyny -> Model -> Skutki (pole temperatur)

Jeśli spełnione są warunki jednoznaczności, zadanie proste posiada **jedno** rozwiązanie, które można wyznaczyć analitycznie lub numerycznie

Warunki jednoznaczności rozwiązania:

- znane równanie rządzące zjawiskiem (zwykle różniczkowe)
- geometria
- warunki brzegowe (każdy punkt brzegu – jeden warunek brzegowy)
- rozkład i wydajność źródeł ciepła
- właściwości termofizyczne materiału
- warunek początkowy (dla problemów nieustalonych)

1. Metody odwrotne - wprowadzenie

Postać ogólna zagadnienia odwrotnego:

Skutki \rightarrow (Model)⁻¹ \rightarrow Przyczyny ?

Bezpośredni pomiar niektórych współczynników w problemach cieplnych jest trudny lub niemożliwy, dotyczy to np.:

- współczynników przejmowania ciepła przy uderzeniach strugi
- dyfuzyjności i przewodności cieplnej cienkich warstw,
- przestrzennego rozkładu właściwości cieplnych w materiałach gradientowych (*functionally graded materials*)
- termicznego oporu kontaktowego i współczynników przejmowania ciepła na granicy faz (np. przy krzepnięciu odlewu)

Pomiar temperatur w różnych punktach układu można często zrealizować relatywnie łatwo np. metodą termowizyjną, bądź za pomocą termopar

1. Metody odwrotne - wprowadzenie

Typy problemów odwrotnych wymiany ciepła:

- nieznany kształt części brzegu
- nieznane warunki brzegowe na części brzegu
- nieznany początkowy rozkład temperatury w części obszaru
- nieznane rozkład i wydajność źródeł ciepła w części obszaru
- nieznane parametry materiałowe

w skrócie: poszukujemy pewnych parametrów występujących w modelu matematycznym układu

Znane – zależność temperatur of czasu $T(t)$ w wybranych punktach układu

Problem odwrotny nie spełnia warunków jednoznaczności rozwiązania!

2. Niekorzystne cechy problemów odwrotnych

Niekorzystne cechy problemów odwrotnych:

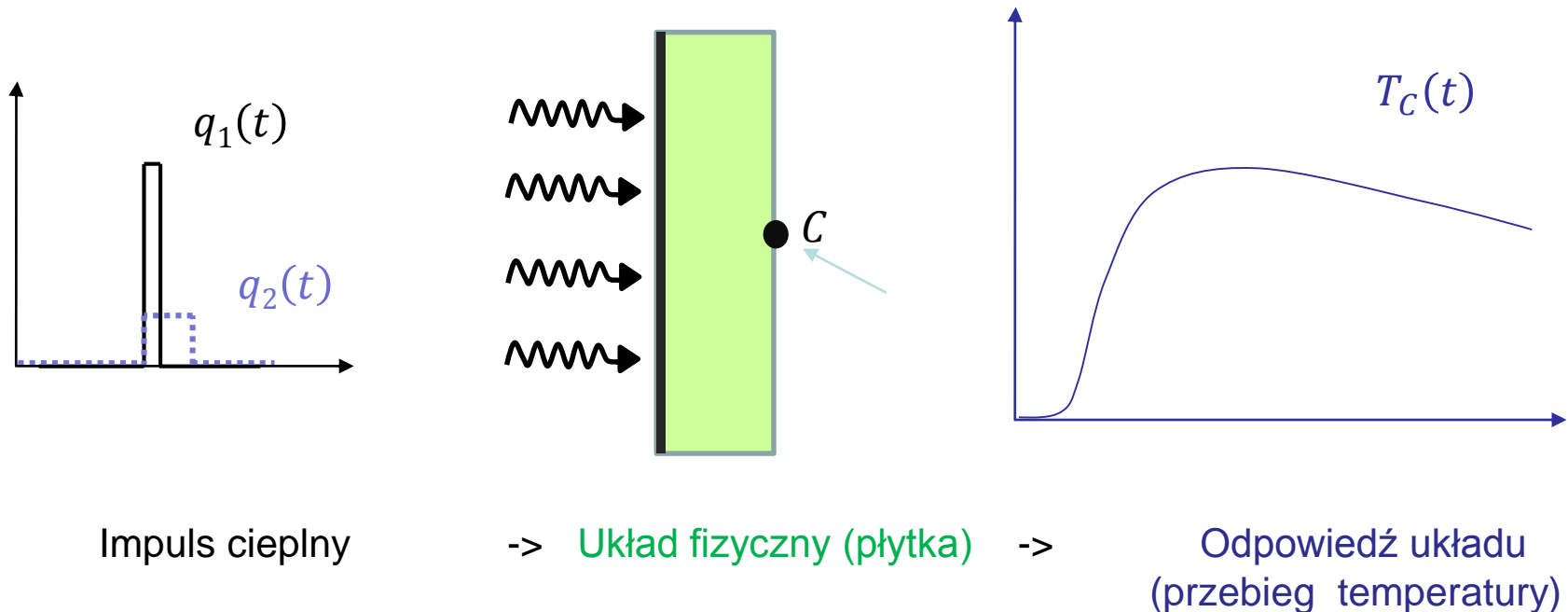
1. niejednoznaczność rozwiązania
2. złe uwarunkowanie
3. wzmacnianie błędów pomiarowych i numerycznych

2. Niekorzystne cechy problemów odwrotnych

Niejednoznaczność rozwiązania

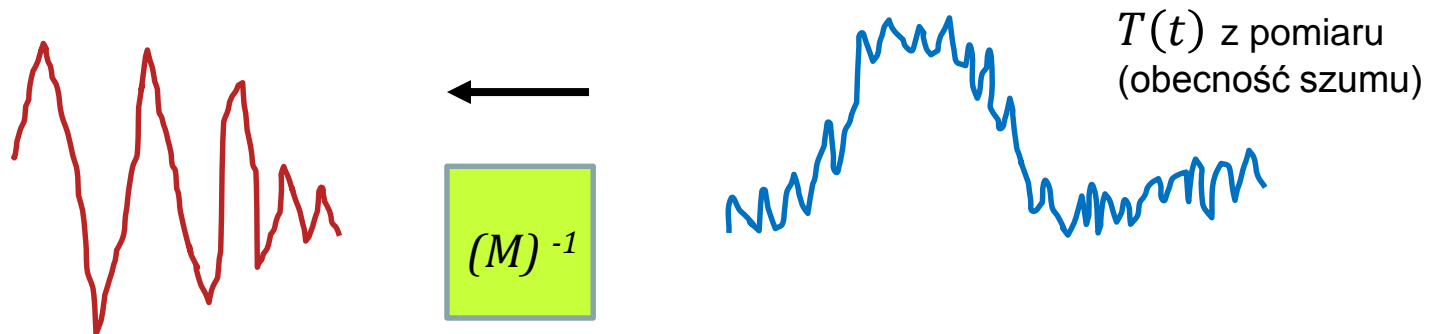
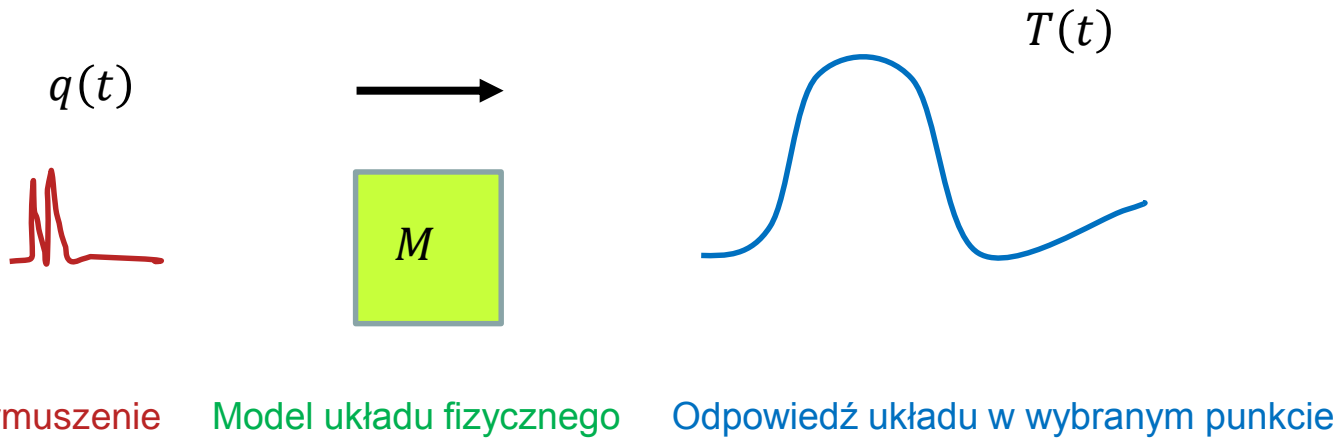
Przykład – identyfikacja długości trwania i gęstości strumienia ciepła na brzegu dla impulsowego ogrzewania laserem cienkiej płytki metalowej.

Dwa impulsy ciepłe skutkujące gęstościami strumienia ciepła $q_1(t)$ i $q_2(t)$ o różnym czasie trwania i różnej gęstości strumienia ciepła wywołują niemal identyczne przebiegi temperatury w punkcie C



2. Niekorzystne cechy problemów odwrotnych

Wzmacnianie błędów pomiarowych i numerycznych



Układy fizyczne działają zwykle jak filtry tłumiące wysokie częstotliwości, zatem odwrócenie zadania powoduje wzmocnienie wysokich częstotliwości

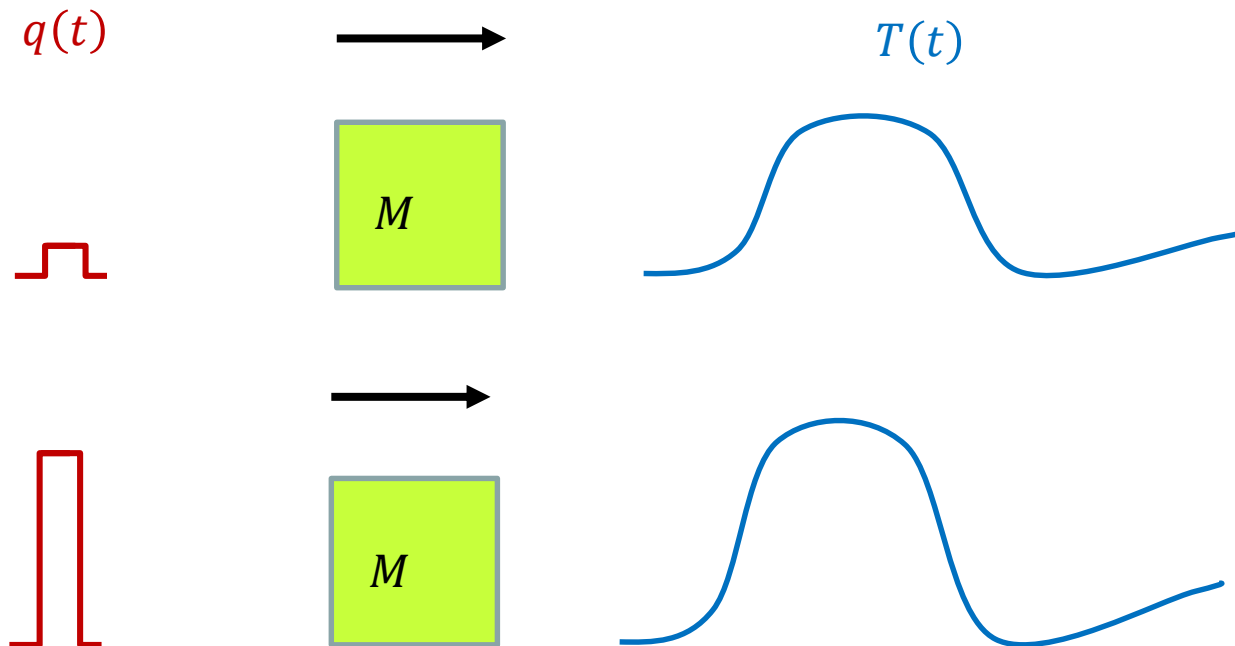
2. Niekorzystne cechy problemów odwrotnych

Złe uwarunkowanie

Wymuszenie

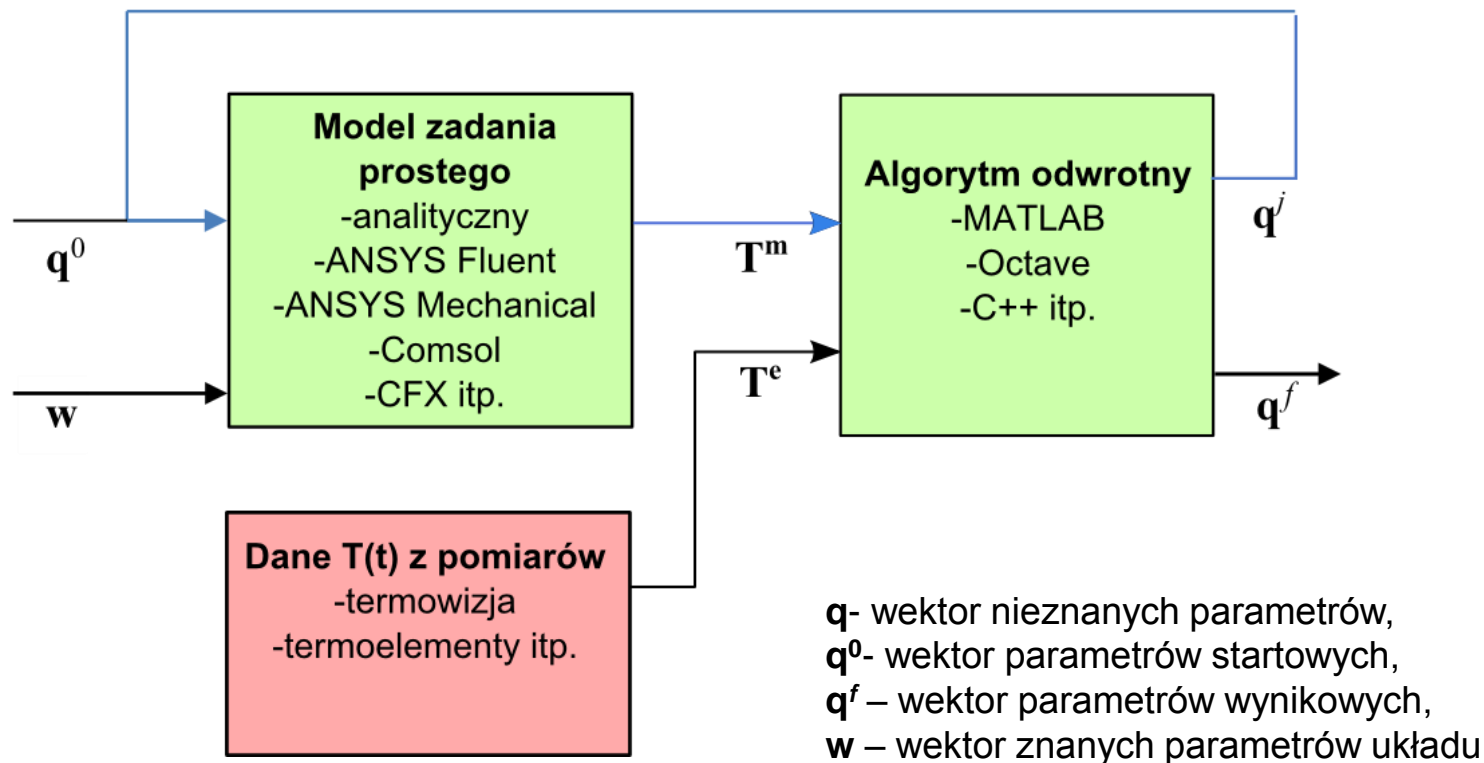
Układ fizyczny

Odpowiedź układu



W wielu przypadkach odpowiedź temperaturowa układu fizycznego słabo zależy od zmian poszukiwanych parametrów. Uniemożliwia to wyznaczenie dokładnych rozwiązań w obliczeniach odwrotnych

3. Schemat ogólny metod rozwiązania zagadnienia odwrotnego



Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego polega zwykle na wielokrotnym rozwiązaniu zagadnienia prostego w celu minimalizacji sumy kwadratów odchyleń pomiędzy temperaturami z modelu i temperaturami z pomiarów

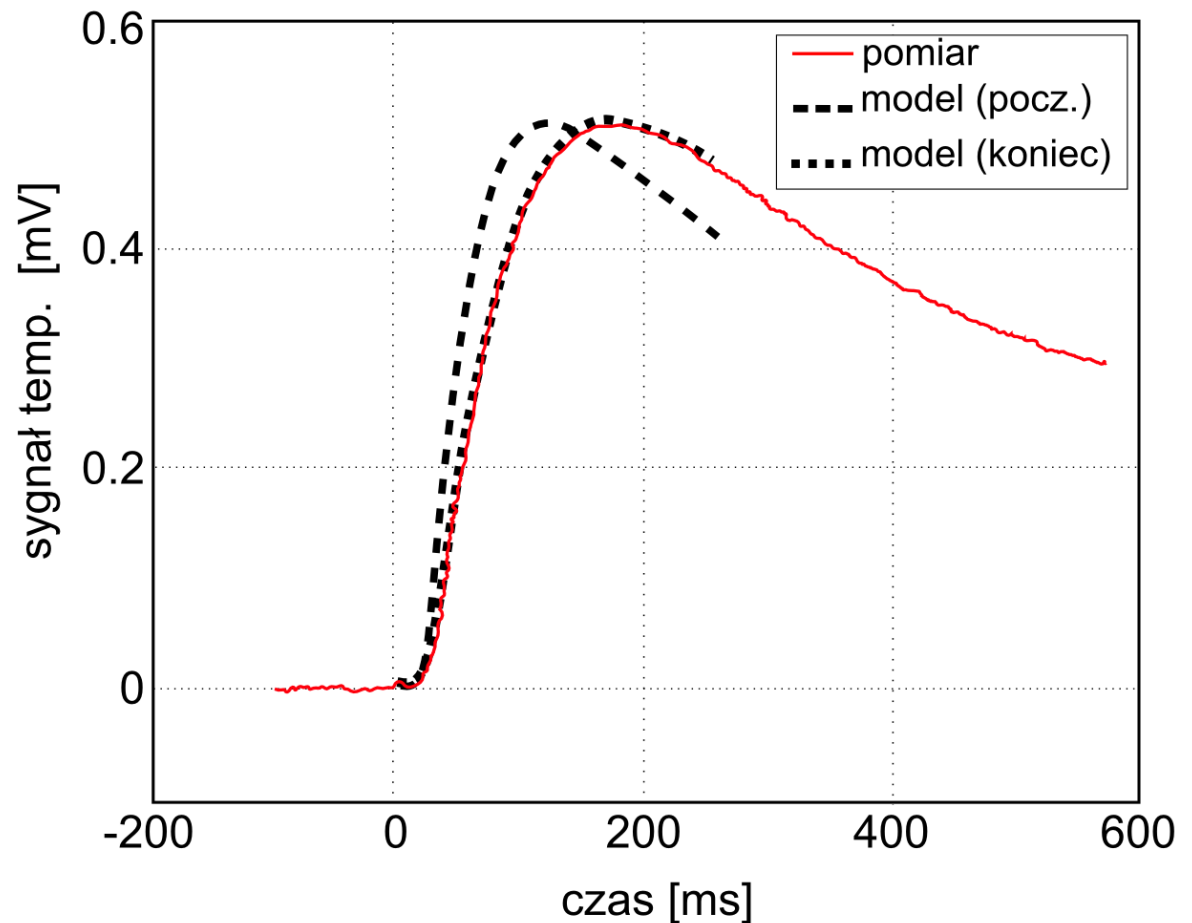
$$S = \sum_{i=1}^n (T^m - T^e)^2$$

3. Schemat ogólny metod rozwiązania zagadnienia odwrotnego

Efektom jest dopasowanie krzywych temperatury – zmierzonej i z modelu oraz znalezienie optymalnych wartości nieznanych parametrów

$$S(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{T}(\mathbf{q})^m - \mathbf{T}^e)^2$$

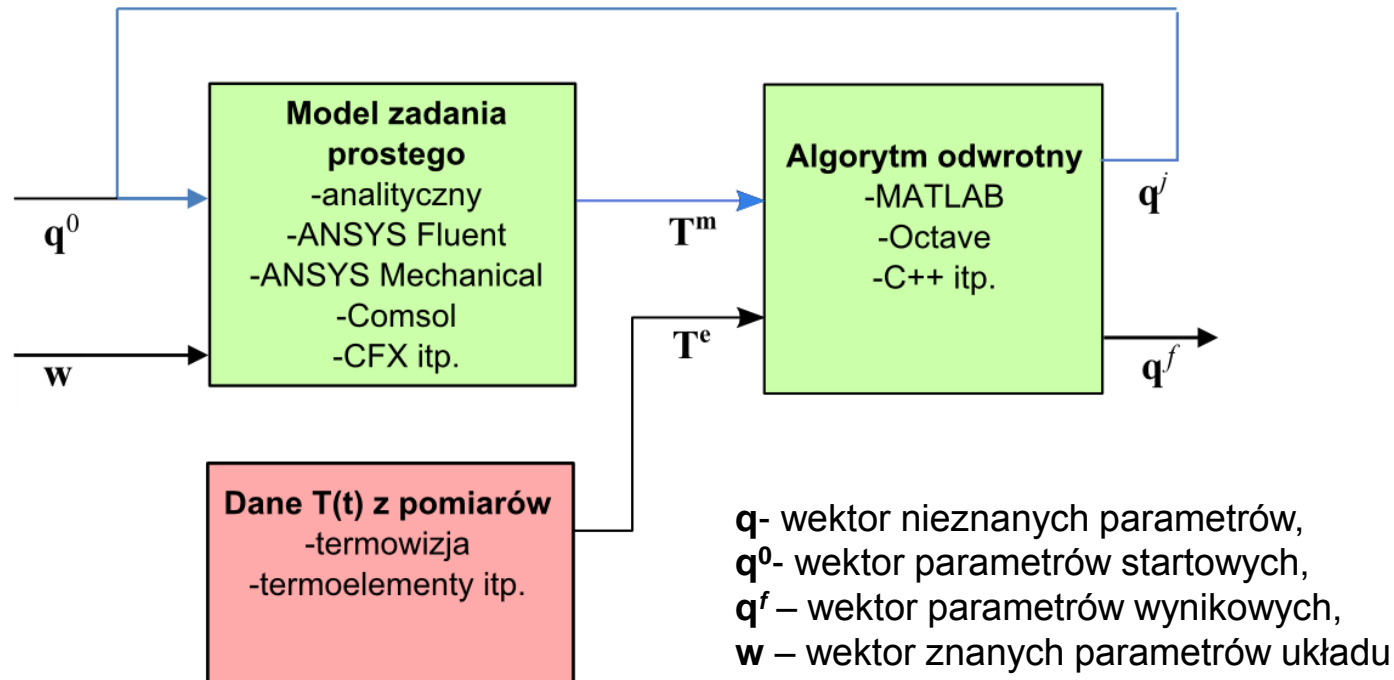
Funkcja kosztu



3. Schemat ogólny metod rozwiązania zagadnienia odwrotnego

Przy dużej liczbie poszukiwanych parametrów, przeszukanie całej przestrzeni parametrów „na oślep” może wymagać bardzo wielu iteracji zanim znajdziemy wystarczająco dobre dopasowanie, dlatego warto skorzystać z metody odwrotnej

3. Schemat ogólny metod rozwiązania zagadnienia odwrotnego



Zastosowanie algorytmu odwrotnego zmniejsza liczbę wymaganych iteracji rozwiązania zagadnienia prostego (czasem do zera, patrz: sieci neuronowe) oraz niweluje niekorzystne cechy zadania (efekty złego uwarunkowania)

ale:

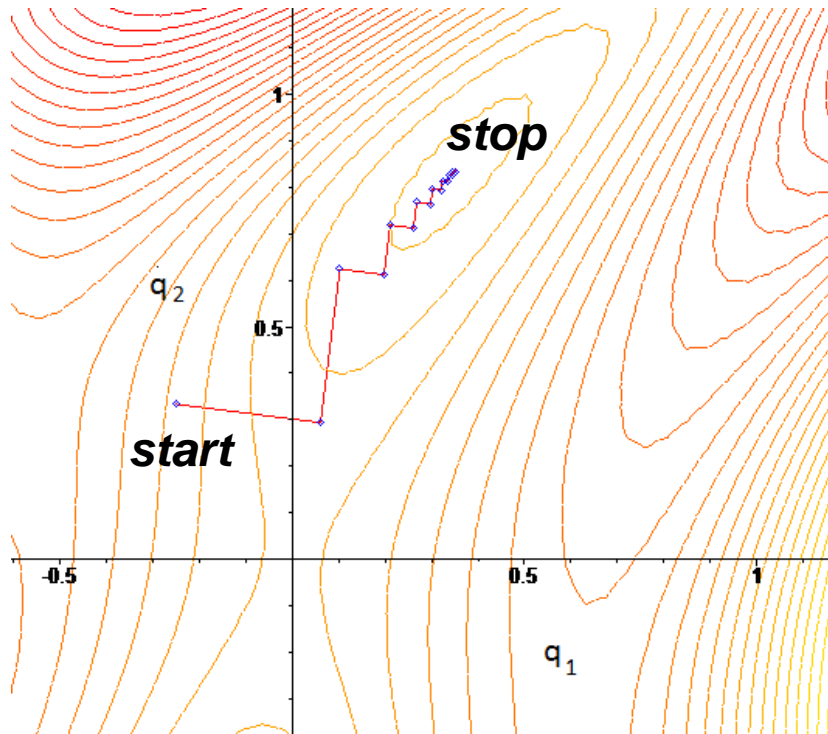
W zadaniach silnie źle uwarunkowanych można uzyskać jedynie rozwiązania przybliżone (nie wynika to z niedoskonałości metod, ale z charakteru zadania)

4. Główne typy algorytmów odwrotnych

- **metody gradientowe**
znane z optymalizacji, np. metoda najszybszego spadku
- **algorytmy ewolucyjne** np. genetyczne
- **sztuczne sieci neuronowe**
nie wymaga znajomości modelu matematycznego zjawiska (!), jednakże wymagana jest bardzo duża ilość danych pomiarowych

5. Zasada działania metod gradientowych

Przykład poszukiwania minimum funkcji kosztu **metodą najszybszego spadku** dla zadania o dwóch nieznanach parametrach q_1 i q_2



Kolorami oznaczono wartości funkcji kosztu $S(q_1, q_2)$ czyli sumy kwadratów różnic pomiędzy modelem, a pomiarem.

Algorytm zmierza do jej minimum na podstawie obliczeń gradientu $\nabla S = \left[\frac{\partial S}{\partial q_1}, \frac{\partial S}{\partial q_2} \right]$.

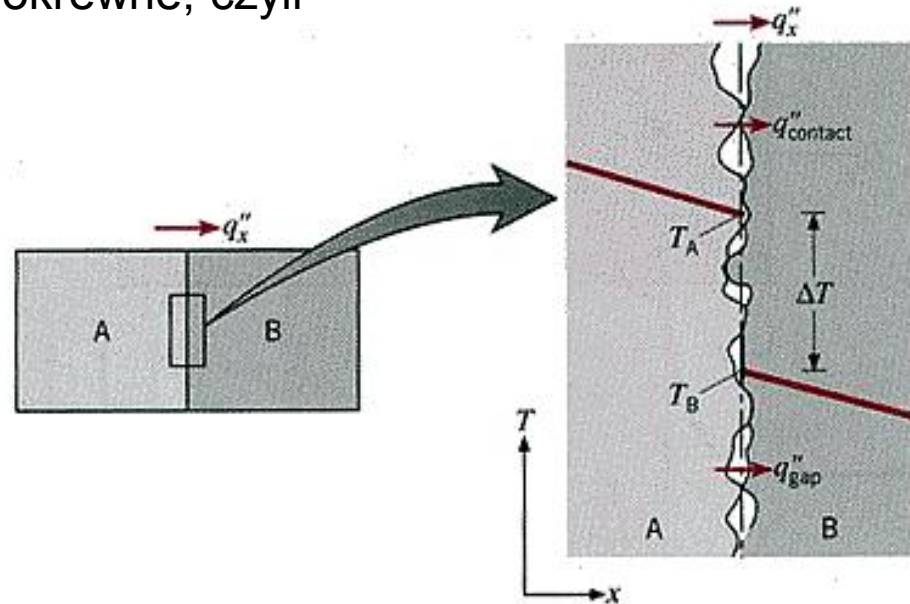
CZĘŚĆ PRAKTYCZNA

Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

Najpierw warto omówić zjawisko pokrewne, czyli
Termiczny opór kontaktowy

$$R_C = \frac{\Delta T}{q} \left[\frac{m^2 K}{W} \right]$$



(Rys. *Fundamentals of Heat Transfer*, F. P. Incropera and D. P. De Witt)

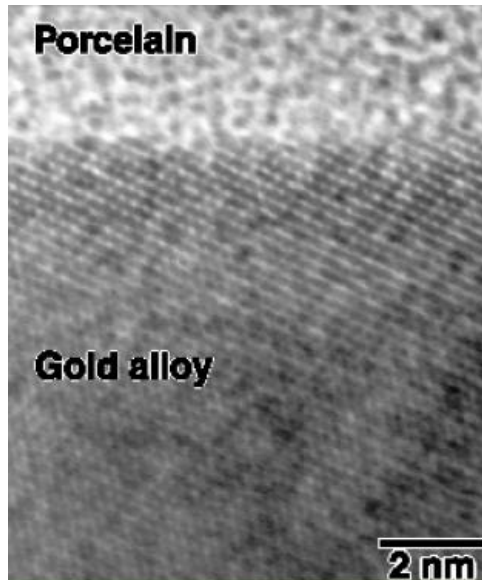
Jest zjawiskiem występującym w urządzeniach technicznych w warunkach przepływu ciepła, w miejscach połączeń elementów np. procesora i radiatora w komputerze lub zaworu i gniazda w silniku spalinowym.

Prowadzi do **zmniejszenia strumienia ciepła** przepływającego pomiędzy elementami oraz występowania **uskoku temperatury**, który manifestuje się na poziomie makroskopowym (na poziomie mikroskopowym pole temperatury jest znacznie bardziej złożone)

Przyczyny: geometryczne niedoskonałości powierzchni kontaktu, zanieczyszczenia, warstwy tlenków

Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

Opór cieplny występuje także w przypadku dobrego kontaktu dwóch ciał na poziomie atomowym



(zdj. Nagasaki University)

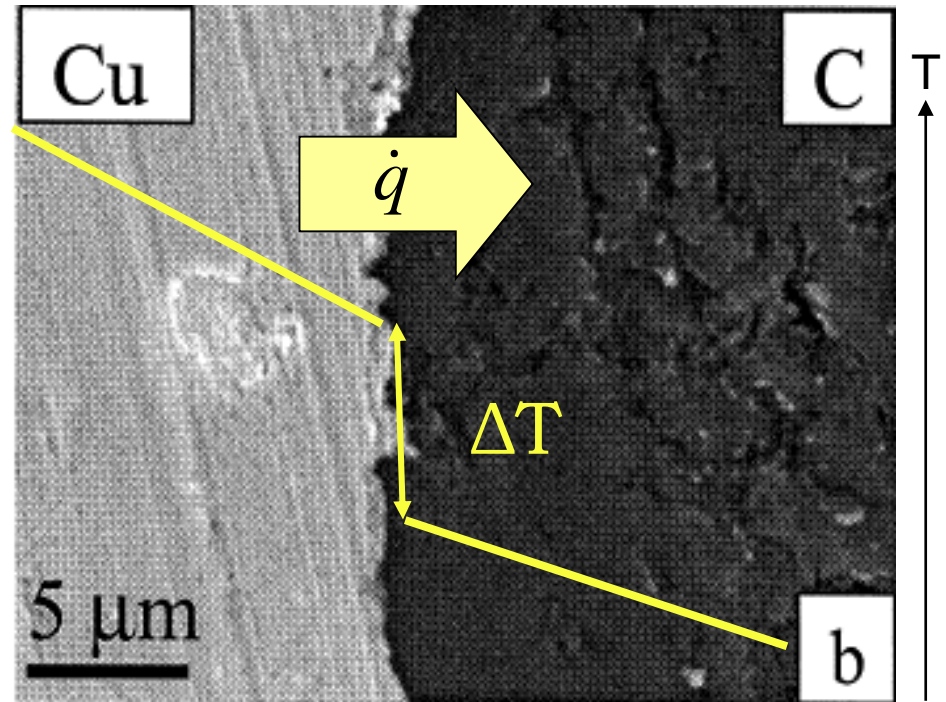
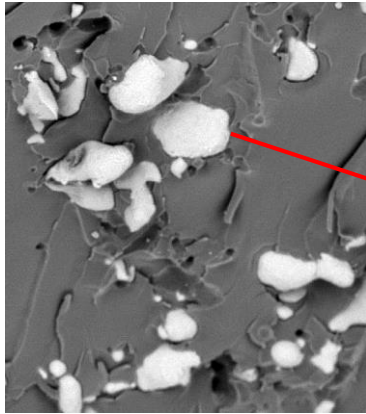
<http://dent.sympto.nagasaki-u.ac.jp/baylor/tanaka/presentation.html>

Przyczyny występowania:

- Niezgodność akustyczna pomiędzy materiałami (izolatorami) – zmiany właściwości nośników energii (fononów)
- Zmiana rodzaju nośnika energii na styku izolator-metal (fonony-elektrony)
- Różnica w parametrach przewodnictwa elektronowego (dla styku metal-metal)
- Zniekształcenia struktury materiału w pobliżu granicy fazowej, powodujące zmianę jego właściwości cieplnych

Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

Termiczny opór międzyfazowy (TOM) – występuje w kompozytach, pomiędzy zbrojeniem i osnową. Wynika zarówno z niedoskonałego kontaktu, jak i ze zjawisk zachodzących na poziomie atomowym

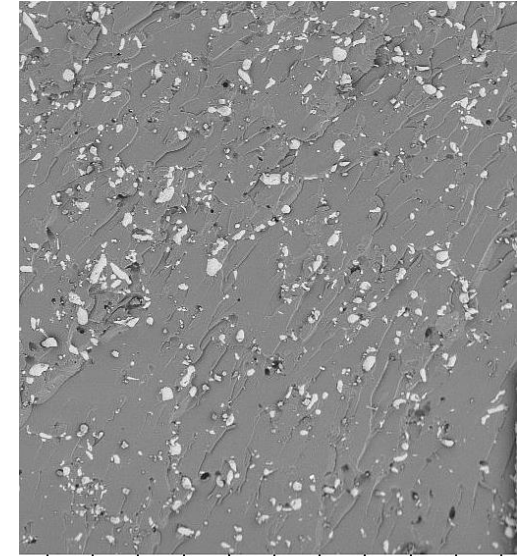


(zdj. Berner 1999)

$$R_t = \frac{\Delta T}{q} \left[\frac{m^2 K}{W} \right]$$

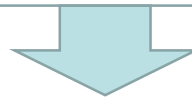
Znaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach

- Przy małych rozmiarach wtrąceń duże pole powierzchni kontaktu powoduje **wzrost znaczenia TOM**
- **Niezgodność współczynników rozszerzalności osnowy i zbrojenia** prowadzi do powstania szczelin na granicy zbrojenie/osnowa
- **TOM jest bardzo wrażliwy** na zastosowaną technologię wytwarzania
- W wielu zastosowaniach pożądana jest możliwie duża przewodność cieplna. **TOM powoduje, że przewodność cieplna kompozytu może być stosunkowo niska**, pomimo dużych przewodności cieplnych składników
- Bezpośredni pomiar TOM jest skomplikowany z uwagi na **trudności w pomiarze uskoku temperatury ΔT** na granicy wtrącenia i osnowy
- Istotna jest zwłaszcza **wartość uśredniona** dla całego kompozytu - pomiar lokalny może nie być reprezentatywny



F D4,2 x120 500 um

Rys. Kompozyt polimer/
aluminium 10% obj.



Konieczność rozwijania metod pomiaru/estymacji TOM dla materiałów kompozytowych

Obecny stan wiedzy

- **Istnieją różne metody pomiaru TOM**, różniące się charakterem wymuszenia (impulsowe, falowe), lokalizacją punktów pomiaru temperatury i rodzajem czujnika (termopara, czujnik IR)
- **Metody te są w większości przeznaczone dla innych geometrii**, np. dla cienkich warstw, nie zaś dla typowych kompozytów cząsteczkowych
- **Metod pomiarowych dla kompozytów jest niewiele** i wymagają one zwykle budowy własnych układów pomiarowych lub przygotowywania specjalnych próbek
- Duży rozrzut literaturowych wartości TOM dla połączeń kompozytowych wskazuje na **wysoką niepewność wyników pomiarów**

6. Wyznaczenie termicznego oporu międzyfazowego w kompozytach cząsteczkowym i warstwowym metodą impulsu cieplnego

Cel pracy: Opracowanie własnej metody pomiaru TOM w kompozytach cząsteczkowych

- układ pomiarowy: komercyjny dyfuzometr LFA 447
- metoda odwrotna: gradientowa (Levenberga-Marquardta)

Zakres pracy

1. Etap przygotowawczy :

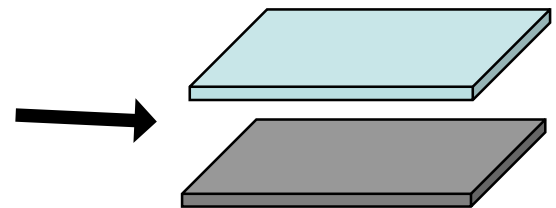
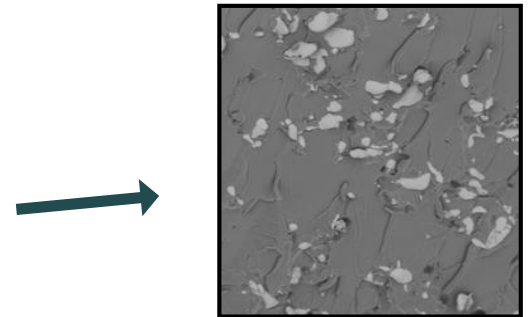
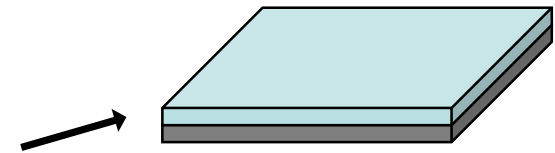
Pomiar TOM na styku warstw dla próbek dwuwarstwowych (prostsza geometria, łatwiejsze obliczenia, mniejsza ilość parametrów)

2. Etap właściwy :

Pomiar TOM na styku osnowa/zbrojenie w kompozycie cząsteczkowym

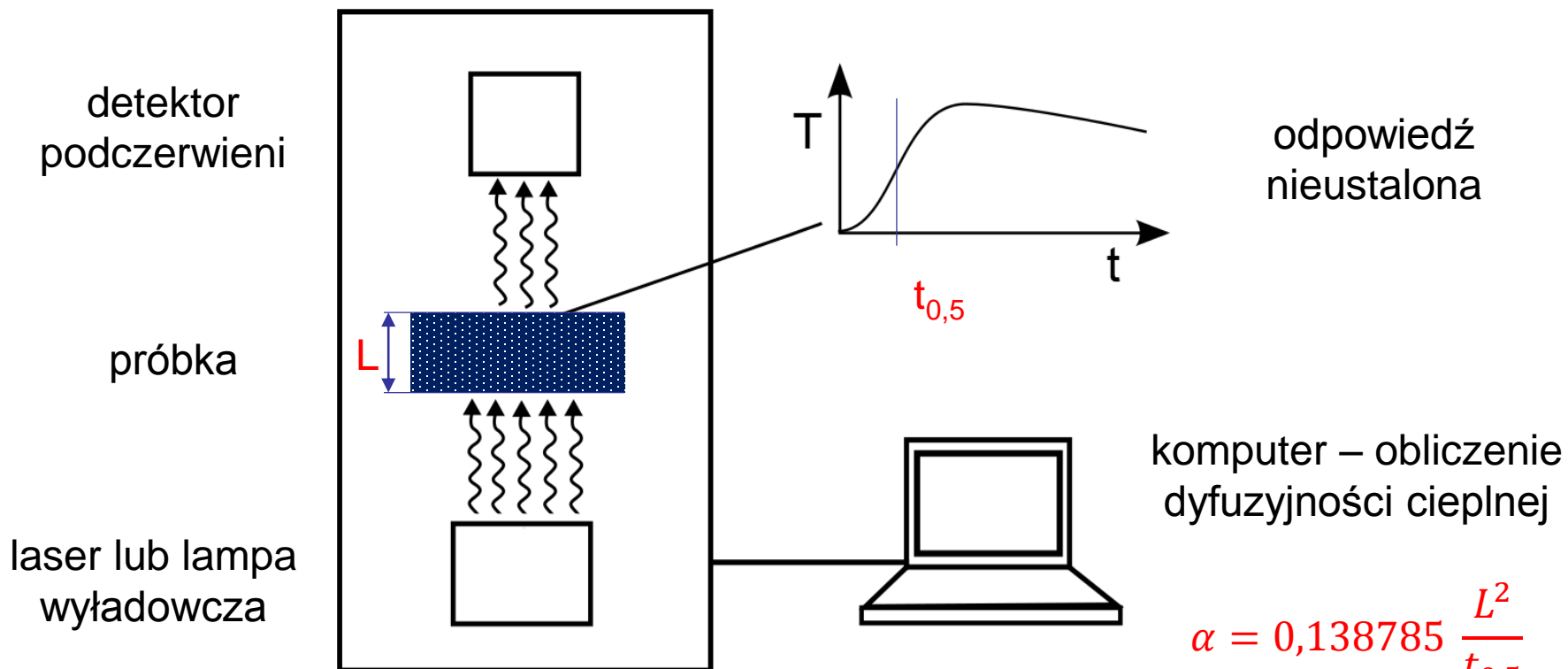
Powyższe zadania wymagały m. in:

- Uprzednich pomiarów gęstości, dyfuzyjności cieplnej i ciepła właściwego pojedynczych materiałów
- Opracowania własnych algorytmów numerycznych rozwiązań zagadnień prostych i odwrotnych



Technika pomiaru - metoda impulsu cieplnego

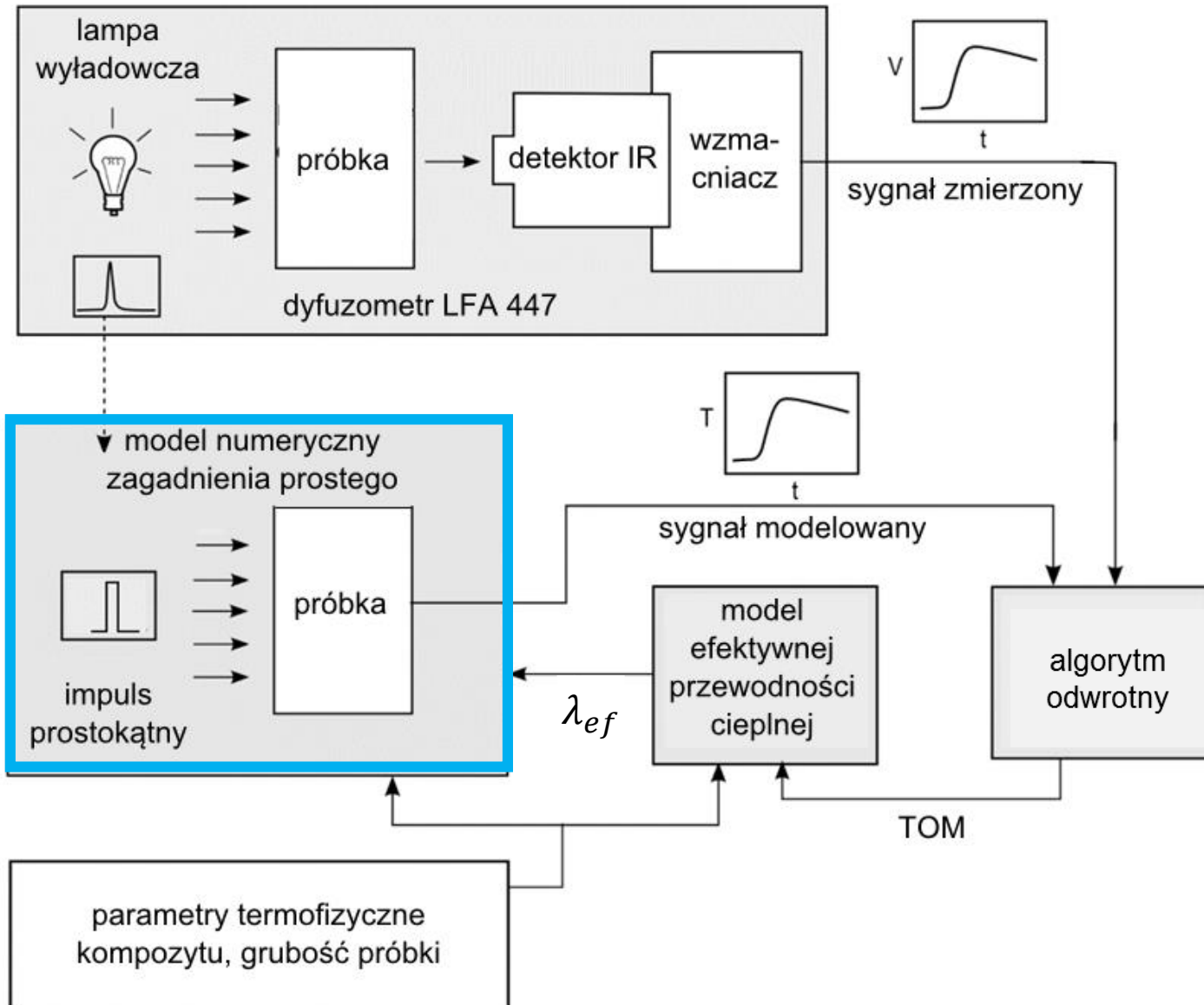
stosowana standardowo do pomiaru dyfuzyjności cieplnej



$$\alpha = 0,138785 \frac{L^2}{t_{0,5}}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$

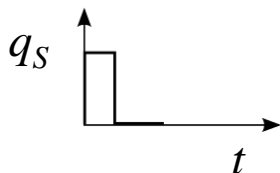
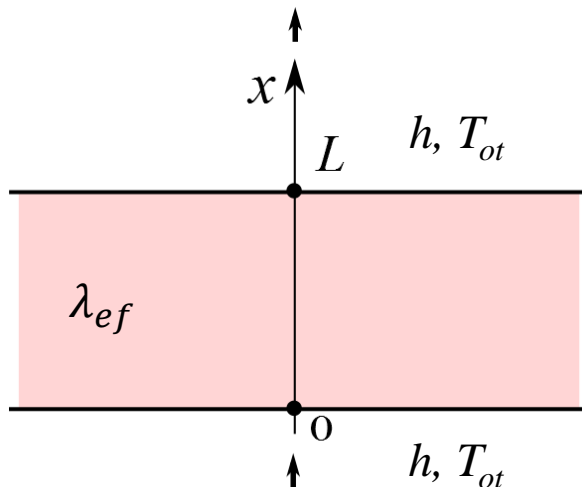
Schemat wyznaczania TOM



Założenia modelu wymiany ciepła dla próbek kompozytu cząsteczkowego



Temperatura górnej powierzchni



Gęstość strumienia ciepła na dolnej powierzchni – impuls prostokątny

Równanie przewodzenia ciepła:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad 0 < x < L, t > 0$$

Warunki brzegowe:

$$-\lambda_{ef} \frac{\partial T}{\partial t} = h (T - T_{ot}) + q_s(t), \quad x = 0$$

$$q_{s,max} = 40 \frac{MW}{m^2}, \quad 0 < t < 2 \text{ ms}$$

$$-\lambda_{ef} \frac{\partial T}{\partial t} = h (T - T_{ot}), \quad x = L$$

Warunek początkowy:

$$T = T_{ot}, \quad 0 < x < L, t = 0$$

Rozwiązanie metodą objętości skończonych w programie MATLAB

Model efektywnej przewodności cieplnej kompozytu

Wykorzystano model efektywnej przewodności cieplnej, pozwalający na **obliczenie przewodności ciepłej kompozytu na podstawie znajomości TOM i przewodności cieplnych składników, udziału objętościowego wtrąceń i promienia wtrąceń.**

Na podstawie wyników eksperymentalnych oraz przeglądu literatury, do zastosowania w metodzie wybrano tzw. **asymetryczny model Bruggemana dla wtrąceń kulistych:**

$$(1 - \phi)^3 = \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_{ef}} \right)^{(1+2A)/(1-A)} \left(\frac{\lambda_{ef} - \lambda_f(1-A)}{\lambda_m - \lambda_f(1-A)} \right)^{3/(1-A)}$$

gdzie: $A = \frac{R_t \lambda_m}{a}$

ϕ - udział objętościowy wtrąceń

λ_m - przewodność cieplna osnowy

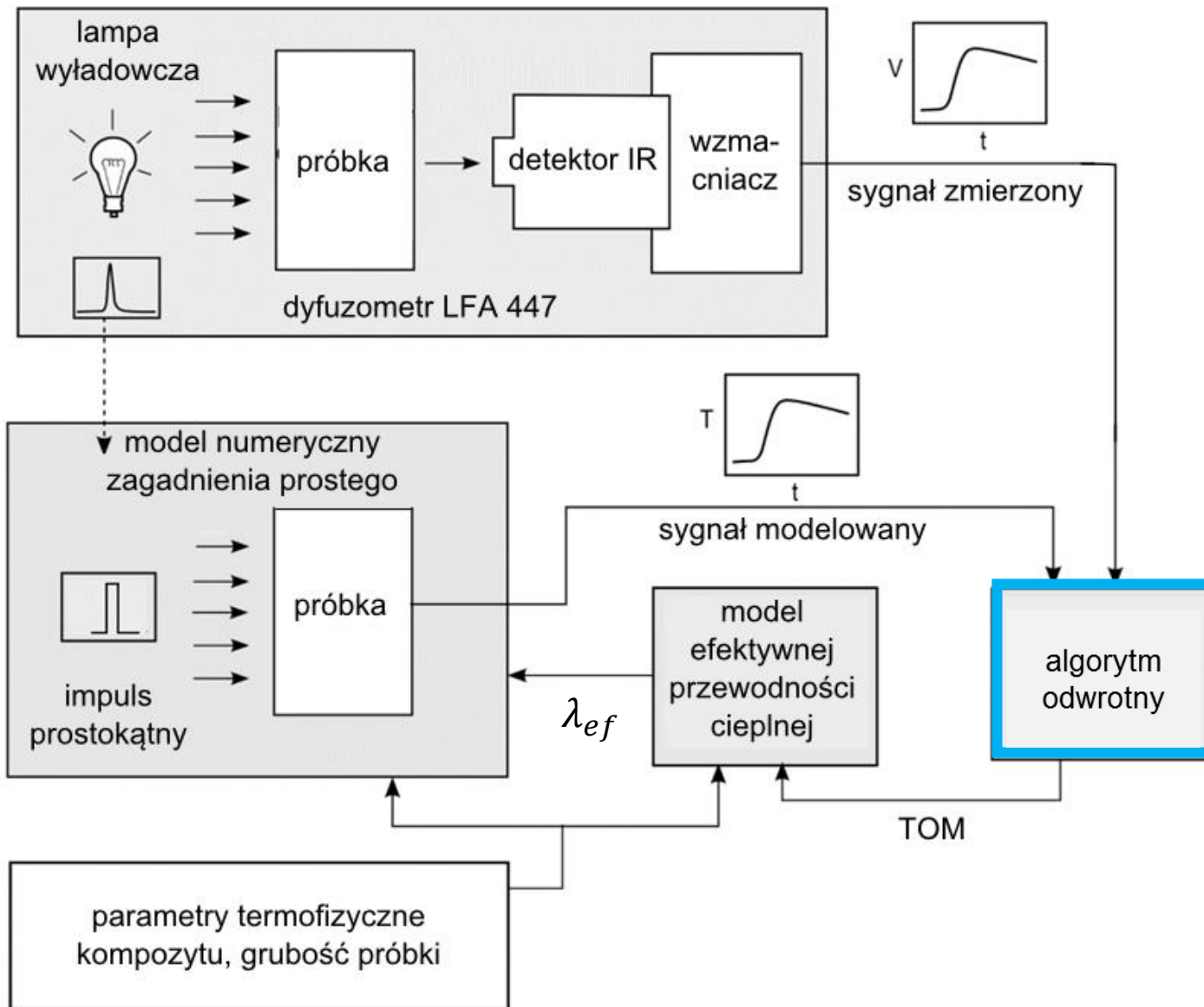
λ_f - przewodność cieplna wtrąceń

λ_{ef} - efektywna przewodność cieplna kompozytu

R_t - termiczny opór międzyfazowy

a - promień wtrąceń

Schemat wyznaczania TOM



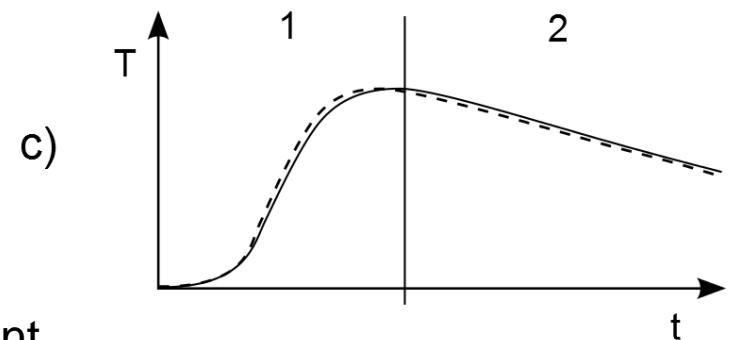
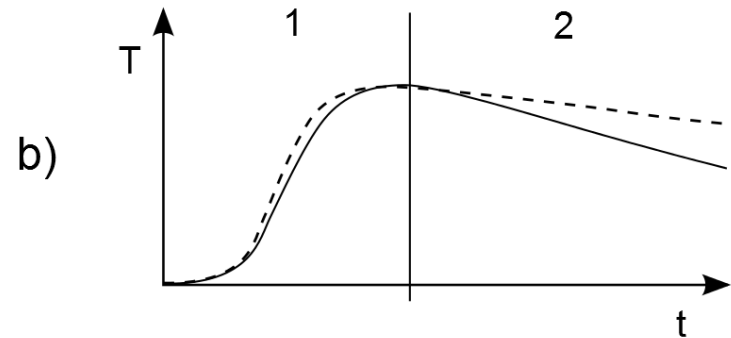
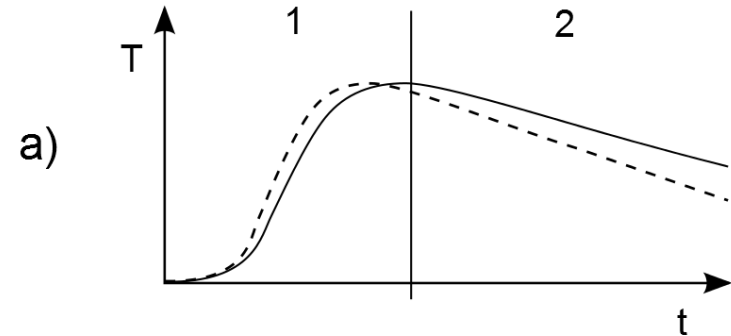
Algorytm odwrotny

Wykorzystano metodę Levenberga-Marquardta (gradientową)

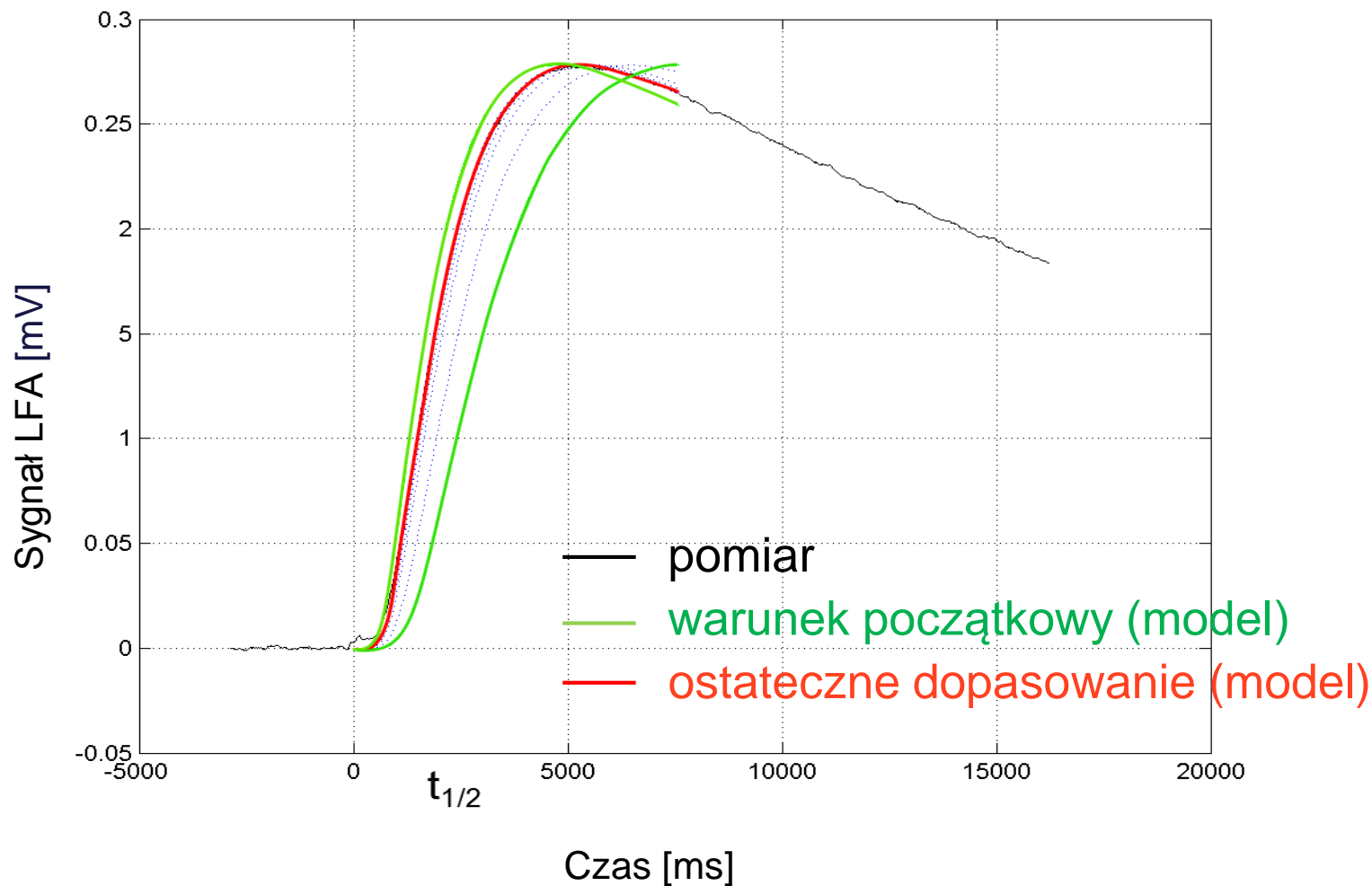
Dopasowywano dwa nieznane parametry:

- termiczny opór międzyfazowy granicy zbrojenie-osnowa
- współczynnik przejmowania ciepła z powierzchni próbki

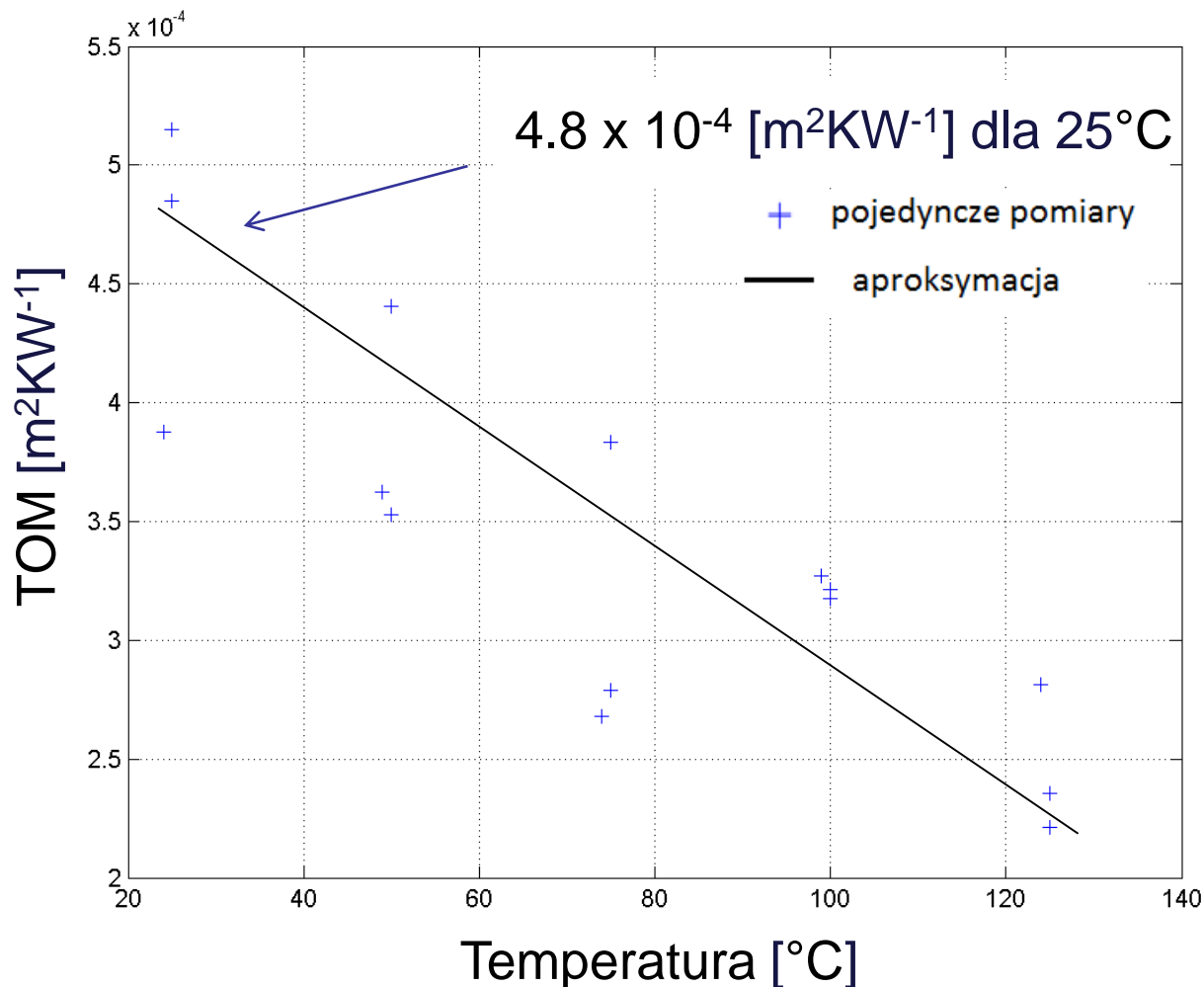
----- model
—— eksperyment



Przykładowy wynik dopasowania modelu do krzywej pomiarowej



Wyniki pomiarów TOM na granicy aluminium/epolam w próbce 2-warstwowej (25-125°C)



Garnier i in.: Proc. 12th Int. Heat Transfer Conf., Grenoble, France, 2002

TOM = 3.81 x 10⁻⁵ m² K W⁻¹

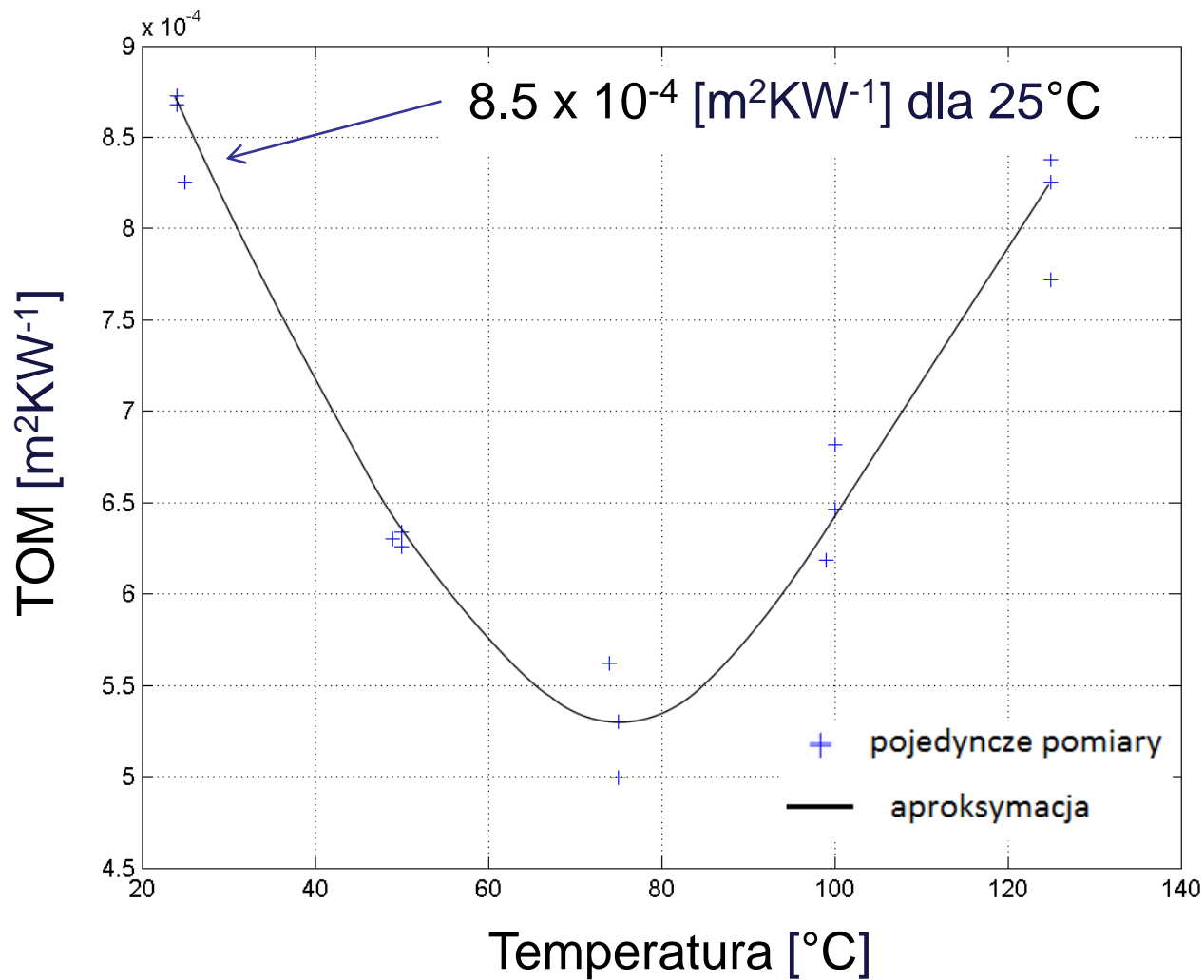
osnowa polimerowa – włókno aluminiowe

Chapelle i in.: Int. J. Th. Sci, 48 (12) 2009

TOM = 3.0 x 10⁻⁴ m²·K W⁻¹

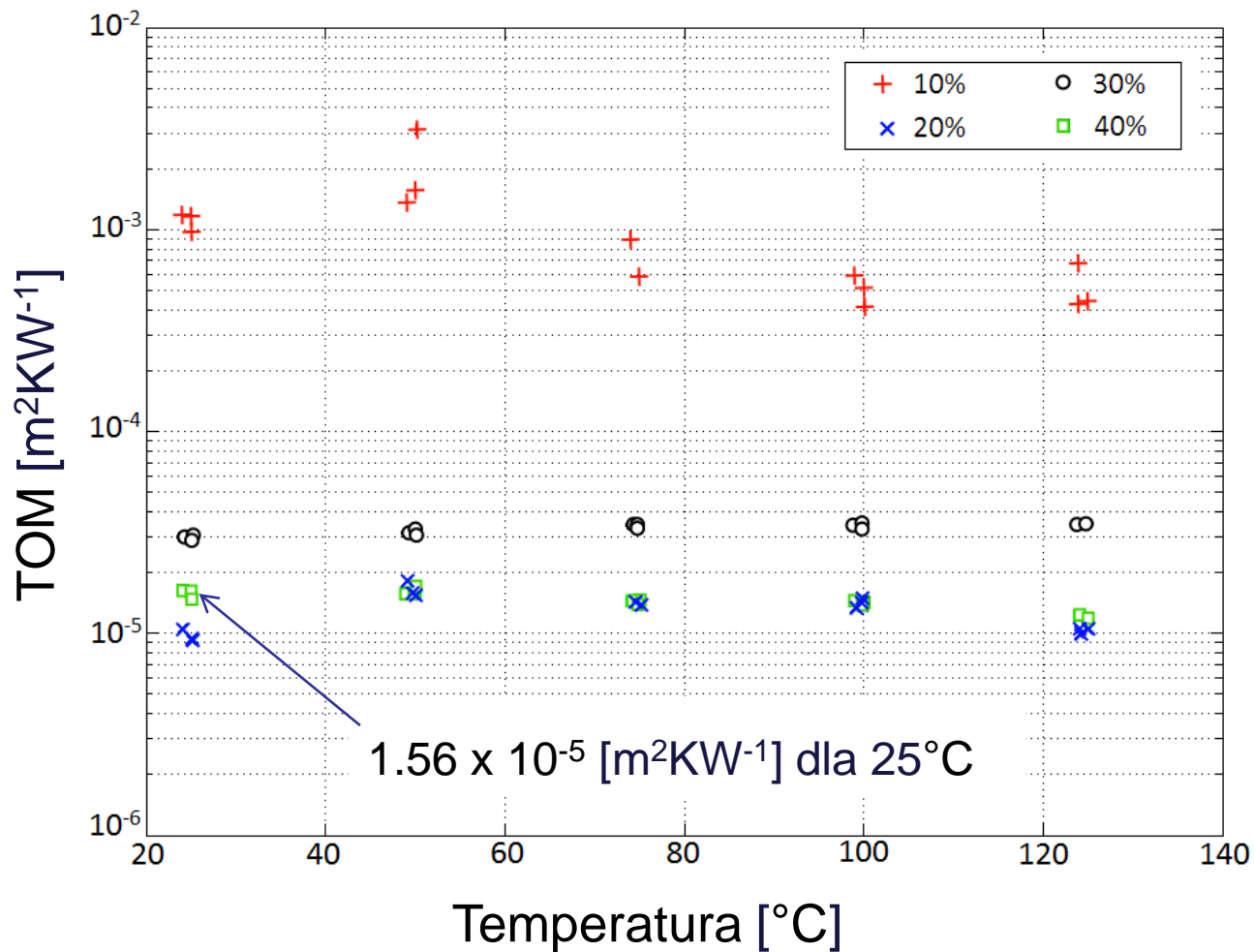
osnowa polimerowa– włókno miedziane

Wyniki pomiarów TOM na granicy szkło/epolam w próbce 2-warstwowej (25-125°C)



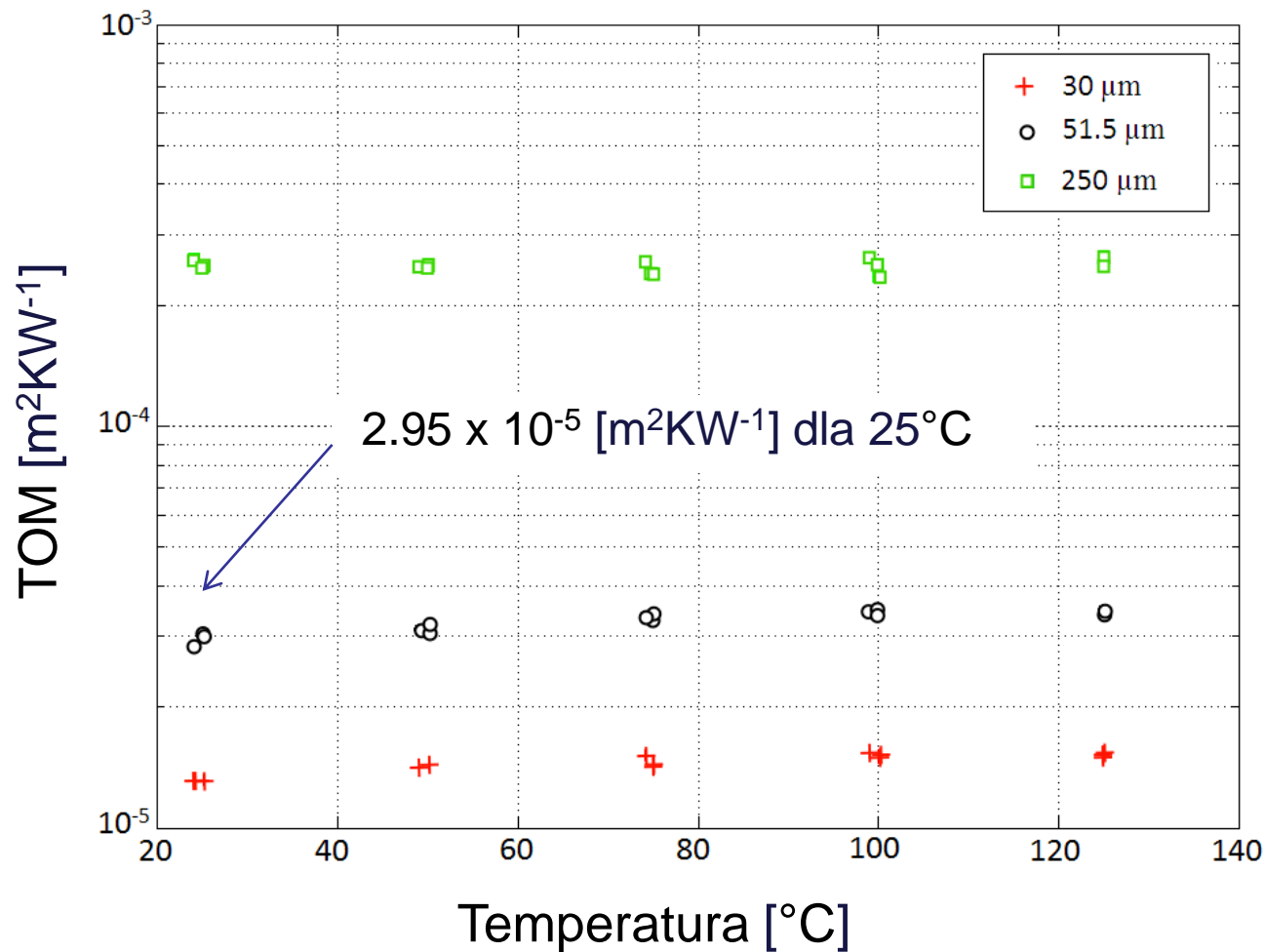
Dla próbek warstwowych zmanifestowała się zależność minimum TOM od maksymalnej temperatury wygrzewania kompozytu

Wyniki pomiarów TOM na granicy osnowy (epolam) i wtrąceń (mikrokulki szklane) w kompozycie cząsteczkowym



Średnica wtrąceń $d = 51.5 \mu\text{m}$, wyniki dla różnych udziałów objętościowych zbrojenia (10-40%)

Wyniki pomiarów TOM na granicy osnowy (epolam) i wtrąceń (mikrokulki szklane) w kompozycie cząsteczkowym



Udział objętościowy wtrąceń $\varphi = 30\%$, wyniki dla wtrąceń o 3 różnych średnicach (30, 51.5, 250 μm)

Podsumowanie

- Opracowano metodę pomiaru TOM dla kompozytów z wtrąceniami kulistymi
- Metodę zweryfikowano eksperymentalnie badając zależność TOM od różnych czynników
- Oszacowano błąd względny dla proponowanej metodyki, który dla zbadanego kompozytu sięga 30% (poziom ufności $\pm 3\sigma$). Na ten błąd składa się wiele czynników m.in. różnice pomiędzy rzeczywistym, a idealnym kompozytem (kształt i rozmiar wtrąceń) oraz niepewności pomiarów parametrów cieplnych składników kompozytu
- Zalety metody: łatwość dostosowania metody do pomiaru TOM dla innych kompozytów i struktur, szybkość, możliwość zwiększenia dokładności, wykorzystuje popularny układ pomiarowy
- Badania na próbkach warstwowych wskazują na zależność TOM od temperatury maksymalnej cyklu utwardzania żywicy polimerowej, co wskazuje na związek TOM z efektem niezgodności współczynników rozszerzalności składników



Contents lists available at ScienceDirect

Thermochimica Acta

journal homepage: www.elsevier.com/locate/tca

Full Length Article

Application of flash method in the measurements of interfacial thermal resistance in layered and particulate composite materials



Karol Pietrak*, Tomasz S. Wiśniewski, Michał Kubiś

Institute of Heat Engineering, Warsaw University of Technology, Nowowiejska 21/25, 00-665 Warsaw, Poland

1. Pietrak Karol, Wiśniewski Tomasz, Kubiś Michał: Application of flash method in the measurements of interfacial thermal resistance in layered and particulate composite materials, w: Thermochimica Acta, nr 654, 2017, ss. 54-64, [DOI:10.1016/j.tca.2017.05.007](https://doi.org/10.1016/j.tca.2017.05.007)
2. Pietrak Karol, Wiśniewski Tomasz: A review of models for effective thermal conductivity of composite materials, w: Journal of Power Technologies, Politechnika Warszawska Instytut Techniki Ciepłej, vol. 95, nr 1, 2015, ss. 14-24
3. Pietrak Karol, Wiśniewski Tomasz: Methods for experimental determination of solid-solid interfacial thermal resistance with application to composite materials, w: Journal of Power Technologies, Politechnika Warszawska Instytut Techniki Ciepłej, vol. 94, nr 4, 2014, ss. 270-285
4. Pietrak Karol, Kubiś Michał, Langowski Marcin, Kropielnicki Michał, Wultański Paweł: Effect of particle shape and imperfect filler-matrix interface on the effective thermal conductivity of epoxy-aluminum composite, Composites Theory and Practice (Accepted Manuscript)
5. Pietrak Karol: Determination of interfacial thermal resistance at epoxy/aluminium interface using laser flash method – numerical modelling and inverse problem solution, w: Numerical Heat Transfer 2015, Eurotherm Seminar No 109 Gliwice-Warsaw, Poland, 27-30 September 2015, Conference Proceedings 2015 / Nowak Andrzej J., Banaszek Jerzy, Śarler Bozidar (red.), 2015, Silesian University of Technology and Warsaw University of Technology, ISBN 978-83-61506-30-0, ss. 257-265